

Darf in der Klausur verwendet werden !

Bereich: Mathematik

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c}; \quad \cos(\alpha) = \frac{b}{c}; \quad \tan(\alpha) = \frac{a}{b}$$

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$$

Additionstheoreme für sinus und cosinus:

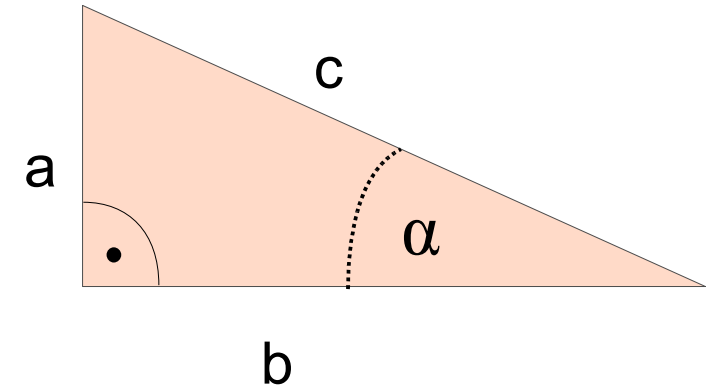
$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) \pm \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) \mp \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

Geometrie:

$$\text{Kugelvolumen: } \frac{4}{3} \pi \cdot r^3, \quad \text{Kreisfläche: } r^2 \cdot \pi$$

$$\text{Kugeloberfläche: } 4 \pi r^2$$



Umrechnung Grad in Bogenmaß:

$$\alpha[\text{rad}] = \frac{2\pi}{360} \cdot \alpha[^\circ]$$

Kreisbogen:

$$s = \alpha \cdot r$$



Bereich: Einheiten

Die sieben Basiseinheiten des SI-Systems sind:

Meter – m, Sekunde – s, Kilogramm – kg, Ampere – A, Kelvin – K,
Mol – mol, Candela - Cd

Einige zusammengesetzte Einheiten:

$$1 \text{ Newton} := 1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

$$1 \text{ Joule} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ Watt} \cdot \text{s}$$

$$\text{Impulseinheit: } [p] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{N} \cdot \text{s}$$

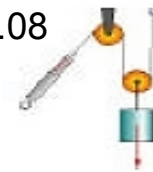
$$\text{Drehimpulseinheit : } [L] = \text{kg m}^2/\text{s} = \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} = \text{Joule} \cdot \text{s}$$

$$\text{Einheit der Spannung:} \\ [V] = 1 \text{ V} = 1 \text{ J/C} = 1 \text{ Nm/As}$$

$$\text{Einheit der Feldstärke:} \\ [E] = 1 \text{ N/C} = 1 \text{ V/m}$$

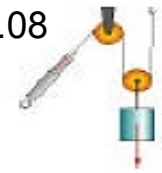
Vorsilben:

femto, f 10^{-15}	pico, p 10^{-12}	nano, n 10^{-9}	micro, μ 10^{-6}
milli, m 10^{-3}	kilo, k 10^3	mega, M 10^6	giga, G 10^9
tera, T 10^{12}	peta, P 10^{15}	exa, E 10^{18}	zetta, Z 10^{21}



Bereich: Naturkonstanten

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
Gravitationskonstante	$G = 6,67259 \cdot 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$
Elementarladung	$e = 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ A}\cdot\text{s}$
Plancksches Wirkungsquantum	$h = 6,626076 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
Allgemeine Gaskonstante	$R = 8,314510 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$
Avogadrozahl	$N_A = 6,022137 \cdot 10^{23}$
Boltzmannkonstante	$k_B = 1,38066 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
Dielektrizitätskonstante des Vakuums	$\epsilon_0 = 8,85419 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$
Magnetische Permeabilität des Vakuums	$\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A}$
Elektronenmasse	$m_e = 9,10939 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Protonenmasse	$m_p = 1,672623 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Neutronenmasse	$m_N = 1,674929 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Verdunstungswärme von Wasser:	2256 kJ/kg
Schmelzwärme von Eis:	333 kJ/kg
Oberflächenspannung von Wasser:	0,072 N/m
... ..	



Erstellt im SS06

Grundsätzlicher Zusammenhang zwischen Position, Geschwindigkeit und Beschleunigung

$$0a) \quad v(t) = \frac{d x(t)}{dt}$$

$$0b) \quad a(t) = \frac{d v(t)}{dt} = \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$$

$$0c) \quad v(t) = v_0 + \int_{t_0}^t a(t') dt'$$

$$0d) \quad x(t) = x_0 + \int_{t_0}^t \left(v_0 + \int_{t_0}^{t'} a(t'') dt'' \right) dt' = x_0 + \int_{t_0}^t v(t') dt'$$

Gleichungen zur gleichmäßig beschleunigten Bewegung (folgt aus 0a-d):

$$1a) \quad x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

$$1b) \quad v(t) = v_0 + a \cdot t$$

$$1c) \quad 2 a (x - x_0) = v^2 - v_0^2$$

auf besonderen Wunsch zusätzlich 1c) nach v aufgelöst:

$$1c') \quad v = \sqrt{v_0^2 + 2 a (x - x_0)}$$

Formeln zur gleichförmigen Kreisbewegung

(für Tangentialgeschwindigkeit v_T und Zentralbeschleunigung a_z)

$$2a) \quad v_T = \omega \cdot r$$

$$2b) \quad a_z = \omega \cdot v_T = \omega^2 \cdot r = \frac{v_T^2}{r}$$

Frequenz, Kreisfrequenz

$$f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi}, \quad v_T = 2 \pi r \cdot f$$

Die Newtonschen Gesetze:

$$1. \text{ NG: } \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \textit{konstant}$$

$$2. \text{ NG: } \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$3. \text{ NG: "actio = reactio" oder } \vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$$



Zentralkraft bei Kreisbewegung, vektoriell und betragsmäßig

$$1) \quad \vec{F}_z = m \cdot \vec{a}_z = -m \omega^2 \vec{r} = m(\vec{\omega} \times \vec{v}) \quad 2) \quad |\vec{F}_z| = m \cdot \omega \cdot v = m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot \omega^2 \cdot r$$

Corioliskraft vektoriell

Haftreibungskraft, Gleitreibungskraft

Stokessche Reibung: Kugel in zähem Medium

$$\vec{F}_{Coriolis} = 2 m (\vec{v} \times \vec{\omega})$$

$$F_R \leq \mu_S \cdot |\vec{N}| \quad F_R = \mu_G \cdot |\vec{N}|$$

$$\vec{F}_R = -6 \pi \eta_{visc} \cdot R \cdot \vec{v}$$

Newtonsche oder kinetische Reibung

$$F_R = \frac{1}{2} C_W \cdot A \cdot \rho_{Medium} \cdot v^2$$

Arbeit bei konstanter Kraft und geradem Weg

Arbeit, allgemeiner Fall

Hubarbeit

$$W = m \cdot g \cdot \Delta h = F_G \cdot \Delta h$$

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = |\vec{F}| \cdot |\vec{s}| \cdot \cos(\alpha)$$

$$W_{1,2} = \int_1^2 \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{s}$$

kinetische Energie

Die Gesamtenergie bleibt erhalten

Definition der Leistung

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_{tot} = E_{kin} + E_{pot} = \text{konstant}$$

$$P = \frac{\text{Arbeit}}{\text{Zeit}} = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{s}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Kraftkomponente ist Ableitung der potenziellen Energie bezüglich der Raumrichtung

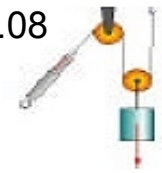
$$F_x = - \frac{dE_{pot}}{dx}$$

potenzielle Energie der Feder (U_{Feder})

Federkraft

$$U_{Feder} = \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

$$\vec{F}_{Feder} = -k \cdot x$$



Impulsdefinition

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

2. Newtonsches Gesetz mit Impuls

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Für den Impuls gilt ein Erhaltungssatz !

Kinetische Energie mit Impuls ausgedrückt:

$$E_{kin} = \frac{\vec{p}^2}{2m}$$

Für den eindimensionalen elastischen Stoß gilt:

$$\vec{v}_1 = \frac{2m_2}{m_1+m_2} \cdot \vec{u}_2 + \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2} \cdot \vec{u}_1$$

$$\vec{v}_2 = \frac{2m_1}{m_1+m_2} \cdot \vec{u}_1 + \frac{m_2-m_1}{m_1+m_2} \cdot \vec{u}_2$$

Drehimpulsdefinition (I: Trägheitsmoment)

$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$$

Bei Punktmassen gilt für das Trägheitsmoment:

$$I = \sum_{i=1}^{i=n} (r_i^2 \cdot m_i)$$

Vektorielle Schreibweise für Drehimpuls einer Punktmasse

$$\vec{L} = m \vec{r} \times \vec{v}_T = \vec{r} \times \vec{p}$$

Bei kontinuierlicher Massenverteilung gilt für das Trägheitsmoment I:

$$I = \int r^2 \cdot dm$$

Trägheitsmoment der homogenen Kugel (M: Masse):

$$I_{Kugel} = \frac{2}{5} M \cdot r^2$$

Kinetische Rotationsenergie:

$$E_{kin} = \frac{I}{2} \cdot \omega^2 = \frac{\vec{L}^2}{2I}$$



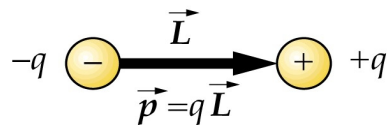
Das Coulombsche Gesetz:

(\hat{r} Einheitsvektor in r-Richtung)

$$\vec{F}_{1,2} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{1,2}^2} \cdot \hat{r}_{1,2}$$

$$k = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} = 8,99 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

elektrisches Dipolmoment



Feld eines Dipols auf der Achse

$$E = 2 k \frac{p}{|x^3|}$$

Definition des elektrischen Feldes

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}, \quad q_0: \text{'kleine Probeladung'}$$

Elektrischer Fluss durch eine geschlossene Oberfläche

$$\Phi_{ges} = \oiint_s E_n dA = 4 \pi k Q_{eingeschl} = \frac{1}{\epsilon_0} Q_{eingeschl}$$

Gaußscher Satz der Elektrostatik

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{eingeschl}}{\epsilon_0}$$

Feldstärke an einer geladenen Isolatoroberfläche
(σ : Oberflächenladungsdichte)

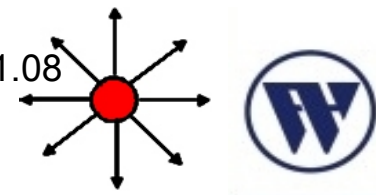
$$E_n = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0}$$

Definition der elektrostatischen Potenzialdifferenz (Terminologie wie E-Technik)

$$\Delta U = U_b - U_a = \frac{\Delta \text{Energie}}{q_0} = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

elektrisches Potenzial ist Energie pro Ladungseinheit (Terminologie wie E-Technik)

$$\Delta U = \frac{\Delta \text{Energie}}{q_0}$$



Teil2: Elektrizitätslehre

Potenzielle Energie einer Ladungsanordnung

Elektrisches Potenzial einer Punktladung

$$V(r) = \frac{k \cdot q}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r} \quad (V=0, r=\infty)$$

$$E_{pot} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i V_i$$

Definition der Kapazität:

Terminologie wie E-Tec

$$C = \frac{Q}{U}$$

Kapazität des Plattenkondensators:

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$

Energie des geladenen Kondensators

$$E = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} \cdot Q U = \frac{1}{2} C U^2$$

Energiedichte u_e des elektrischen Feldes

$$u_e = \epsilon_0 \epsilon_r \cdot \frac{|\vec{E}|^2}{2}$$

Parallelschaltung von Kondensatoren

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

Reihenschaltung von Kondensatoren

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Permittivität, relative Dielektrizitätszahl und Dielektrizitätskonstante des Vakuums

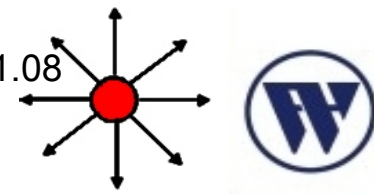
$$\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$$

Definition der Stromstärke

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}, \quad [I] = A = C/s$$

Zusammenhang von Mikrogrößen des Stroms (n : Ladungsträgerdichte, v_d : Driftgeschwindigkeit) mit den Makrogrößen (I : Strom, A : Querschnittsfläche)

$$\frac{I}{A} = n \cdot q \cdot v_d$$



Der elektrische Widerstand

$$R = \frac{U}{I}, \quad [R] = V / A = \Omega$$

Für Leitermaterial gilt:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

ρ : spez. Widerstand

$$[\rho] = \Omega \cdot m$$

L : Länge, A : Querschnitt

Temperaturkoeffizient des Widerstandes α :

$$\rho = \rho_{20} [1 + \alpha (t \text{ } ^\circ C - 20 \text{ } ^\circ C)]$$

Für die am Widerstand frei werdende Leistung P gilt:

$$P = I \cdot U = R^2 \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R}$$

Lorentzkraft auf eine im Magnetfeld bewegte Ladung

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{v}_d \times \vec{B}$$

Einheiten des Magnetfeldes

$$[\vec{B}] = \text{Tesla}$$

$$1 \text{ T} = 1 \frac{N / As}{m / s} = 1 \frac{N}{A \cdot m}$$

Kraft auf ein stromtragendes Leiterstück im Magnetfeld

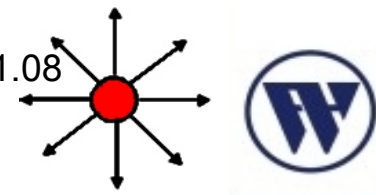
$$\vec{F} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$$

Zusammenhang: Hallspannung in Abh. von der Driftgeschwindigkeit oder Ladungsträgerdichte n_{el}

$$V_H = |\vec{v}_d| \cdot |\vec{B}| \cdot w = \frac{I}{n_{el} \cdot q \cdot dicke} \cdot |\vec{B}|$$

Magnetfeld einer bewegten Punktladung

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4 \pi} \cdot \frac{q \cdot \vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$$



Magnetfeld eines Stromelementes
(Gesetz von Biot-Savard)

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Magnetfeld in der Mitte einer
Stromschleife

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Magnetfeld auf der Achse eines
Ringstromes

$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi R^2 I}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

Magnetfeld auf der Achse eines
magnetischen Dipols

$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\mu}{|x|^3}$$

Größe des magnetischen
Dipolmomentes μ

$$\mu = \text{Strom} \cdot \text{umschlossene Fläche}$$

Magnetfeld im Innern einer
langen geraden Spule

$$|\vec{B}| = \mu_0 \cdot \frac{N}{L} \cdot I$$

2. Maxwellsche Gleichung

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

3. Maxwellsche Gleichung
(Amperesches Gesetz)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_c$$

entlang jeder geschlossenen Kurve C

Magnetfeld um einen langen
geraden Leiter

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I_c}{2\pi r}$$