

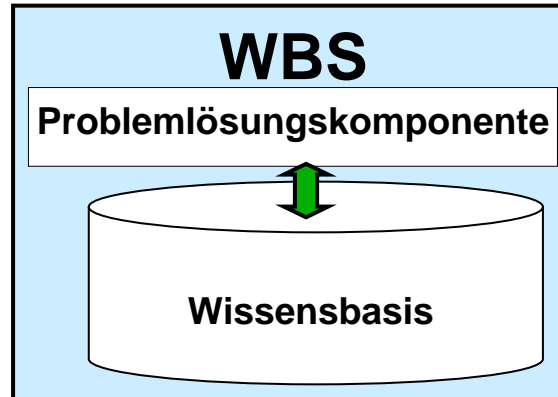
# ***Wissensbasierte Systeme***

Sebastian Iwanowski  
FH Wedel

**Kap. 3:**  
Algorithmische Grundlagen der KI

# Suchstrategien

Warum sind Suchstrategien so wichtig in Wissensbasierten Systemen ?



Die Problemlösungskomponente muss fast immer ein Belegungsproblem für Constraints aus der Wissensbasis lösen !

*All problem solvers search*

# Constraint Satisfaction Problem (CSP)

## Spezifikation eines CSP:

- **Variablenmenge**
- **Definitionsbereiche (Domains)**
- **Constraints: Beziehungen zwischen den Variablen**  
(in der Regel Gleichungen oder Ungleichungen)

häufig auch noch dabei:

- **weiche Constraints**  
(Constraints dürfen verletzt werden)
- **Optimierungskriterium**  
(in der Regel Funktion der Variablen, die minimiert oder maximiert werden soll)

## gültige Lösung:

Belegung aller Variablen mit Werten, sodass alle harten Constraints erfüllt sind

## optimale Lösung:

gültige Lösung, die das Optimierungskriterium optimiert

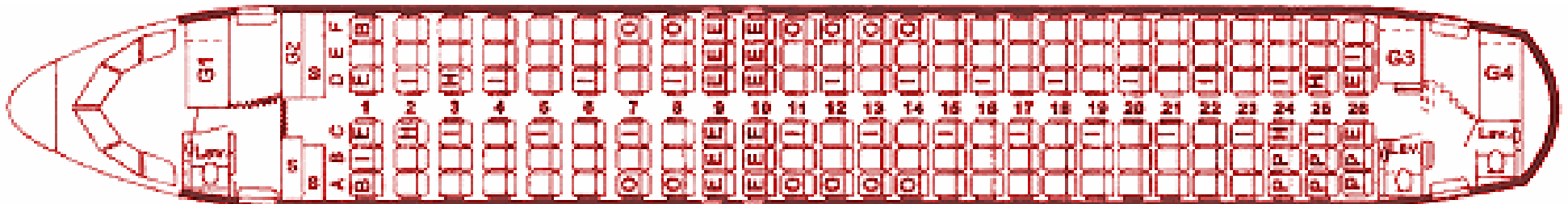
# Constraint Satisfaction Problem (CSP)

## Anwendungsbeispiele von CSP:

- Technische Diagnose
- Technische Konfiguration
- Problem des Handelsreisenden (TSP)
- Problem des kürzesten Weges (Routing)
- Gewinnspiele

# Bsp. für Konfiguration

## Kabinenlayout für Passagierflugzeuge



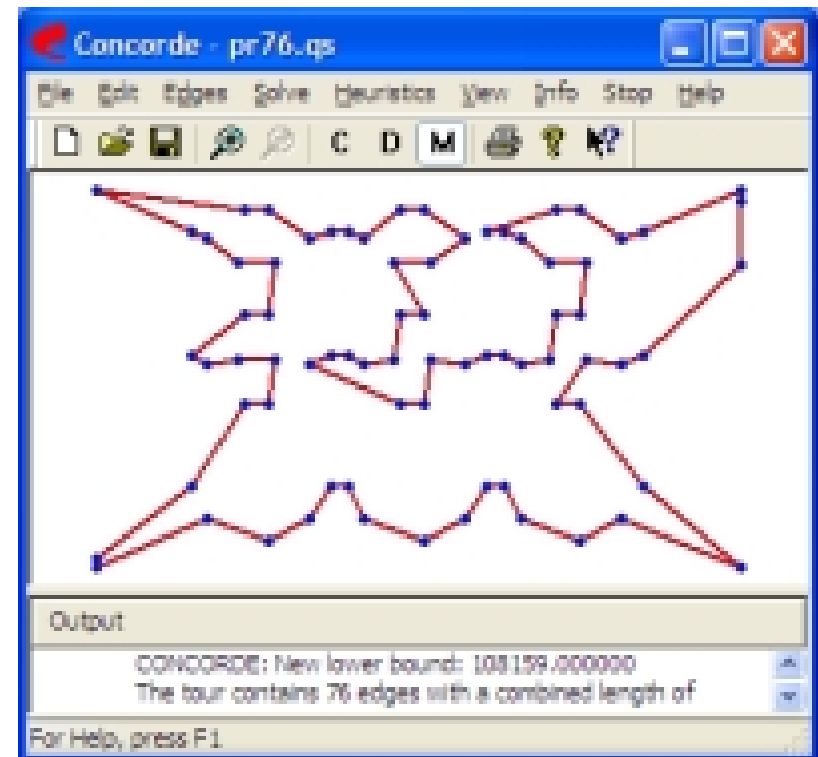
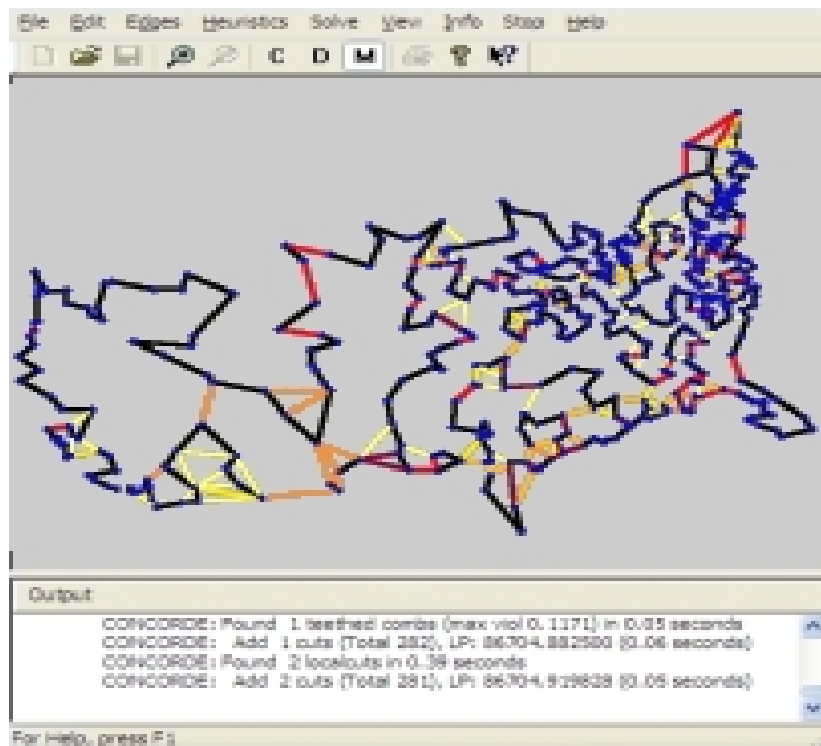
Platzierung der Kabineneinrichtung (Sitze, Küchen, Toiletten, etc.) unter Berücksichtigung von:

- Kundenwünschen
- Technischen Möglichkeiten
- Legalen Beschränkungen
- Optimalitätskriterien

# Das Traveling Salesman Problem (TSP)

## Problem:

Finde zu einer gegebenen Menge von Städten mit gegebenen Entfernungen die kürzeste Rundreise, die jede Stadt genau einmal durchquert.

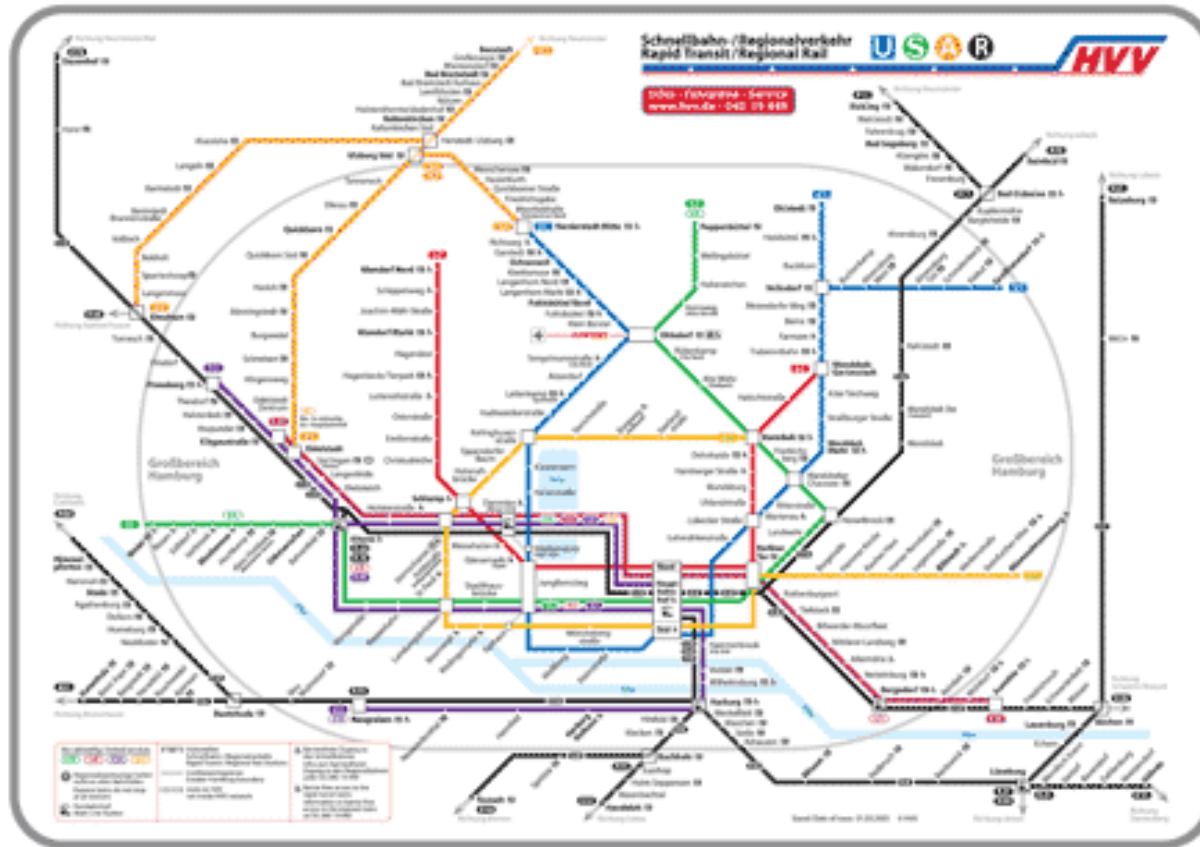


Quelle: <http://www.tsp.gatech.edu//index.html>

# Das Problem des kürzesten Weges

## Problem:

Finde zu zwei Punkten A und B in einem gegebenen Verkehrsnetz den kürzesten Weg von A nach B, der ausschließlich Strecken dieses Verkehrsnetzes benutzt.



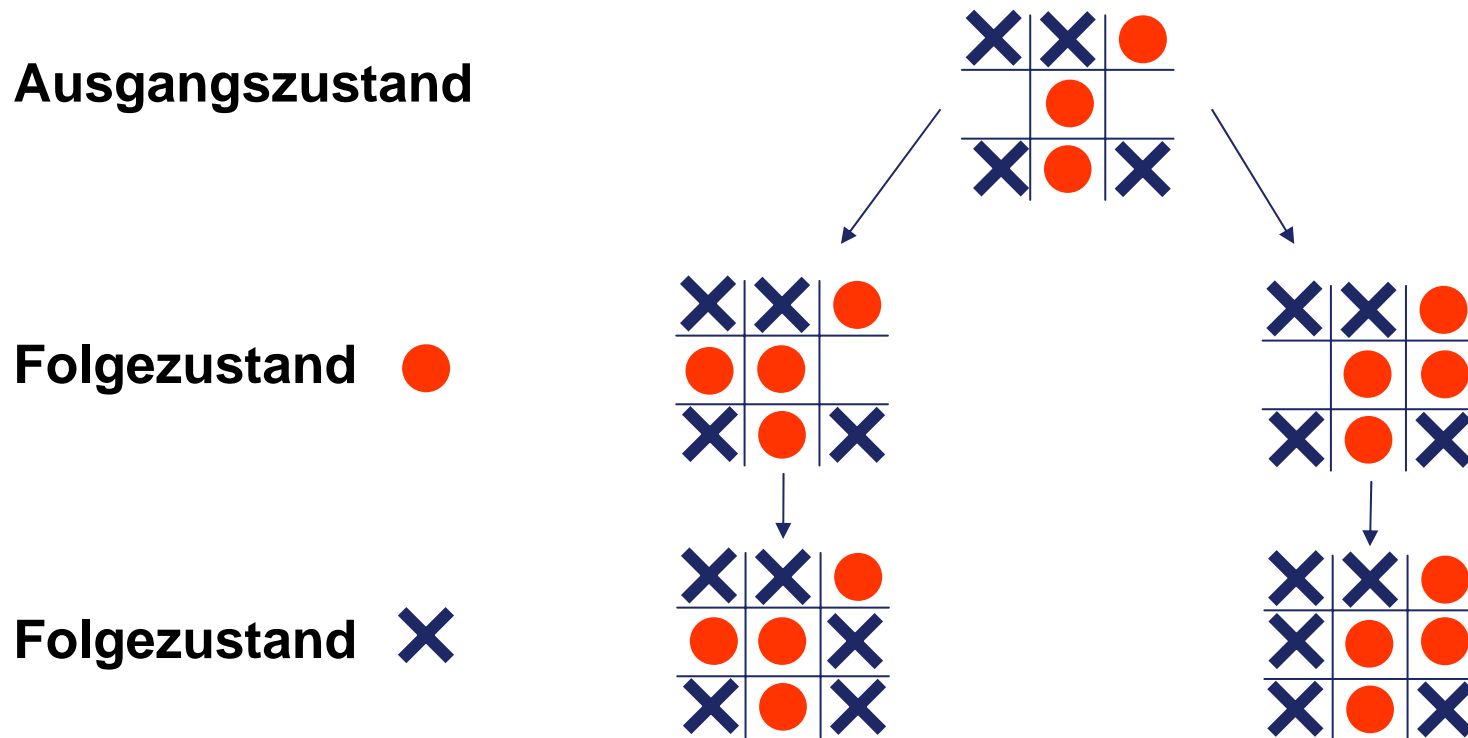
Weitere Infos: Seminarvortrag und Ausarbeitung von Stefan Görlich, SS 2005, Nr. 5,  
<http://www.fh-wedel.de/~iw/Lehrveranstaltungen/SS2005/SeminarKI.html>

# Gewinnspiele

**Problem:**

Finde eine Strategie von einem Startzustand zu einem Gewinnzustand

**Bsp: Tic-Tac-Toe**



Quelle und weitere Infos: Seminarvortrag und Ausarbeitung von Nils Böckmann, SS 2005, Nr. 13

<http://www.fh-wedel.de/~iw/Lehrveranstaltungen/SS2005/SeminarKI.html>



# Suchen in Suchgraphen

## Suchgraph:

- **Knoten:** beschreibt Zustand in der Suchdomäne
- **Kante:** Übergang von einem Zustand in den nächsten  
(in der Regel mit Richtung)
- **Startknoten:** Anfangszustand  
(ist immer eindeutig)
- **Zielknoten:** gewünschter Endzustand (Lösung des Problems)  
(es darf mehrere geben)

wünschenswert:

- **Suchgraph ist Suchbaum**  
(Pfad vom Startknoten zu jedem Zielknoten ist eindeutig)

## Verschiedene Suchziele:

- 1) Alle Lösungen eines Problems finden
- 2) Die beste Lösung finden
- 3) Ein paar gute Lösungen finden

# Lösen von CSP mit Suchbäumen

- **Zustand**: Belegung von Variablen mit Werten
- **Folgezustand**: Belegung einer weiteren Variable mit einem Wert **oder einer Variable mit einem „besseren“ Wert** unter Beibehaltung der Werte für die **(anderen)** bisher belegten Variablen  
**Achtung**: Manchmal darf nicht jeder Wert von einem alten aus erreicht werden!
- **Startknoten**: keine Variable hat einen Wert
- **Zielknoten**: gültige Lösung
- **Expansion** eines Knotens: Berechnung aller Folgeknoten

**Verschiedene Suchstrategien unterscheiden sich in:**

**Welcher Knoten wird als nächstes expandiert ?**

# Uninformierte Suchstrategien für CSP

Im allgemeinen für CSP nur *blinde (uninformierte) Suche* möglich:

Es gibt keine Information über günstige Suchrichtungen (das Ziel wird erst bei Erreichen erkannt)

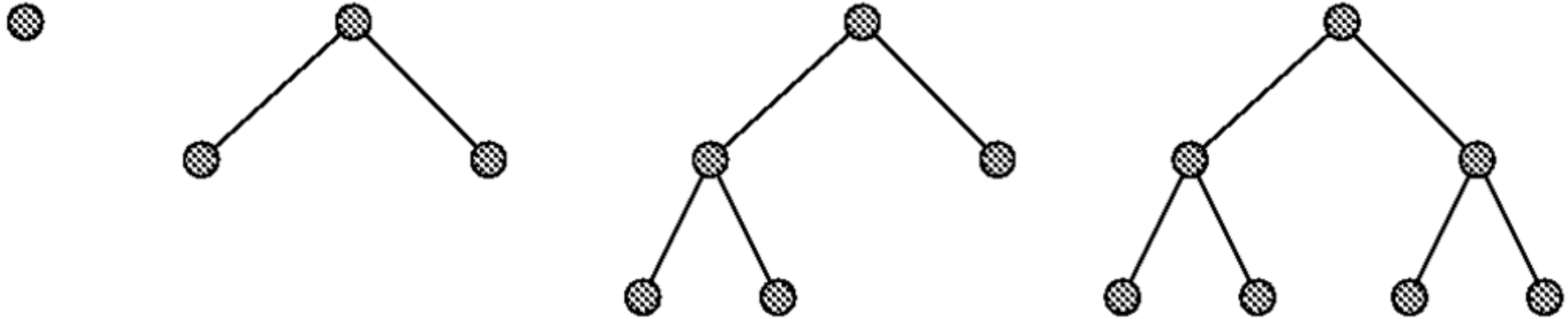
Die wichtigsten Suchstrategien:

1. Breitensuche (breadth-first-search)
2. Tiefensuche (depth-first-search)
3. Bestensuche (best-first-search)

Weitere Infos zum Thema Suchen: Seminarvortrag und Ausarbeitung von Sven Schmidt, SS 2005, Nr. 4  
<http://www.fh-wedel.de/~iw/Lehrveranstaltungen/SS2005/SeminarKI.html>

# Uninformierte Suchstrategien für CSP

## Breitensuche (breadth-first-search):



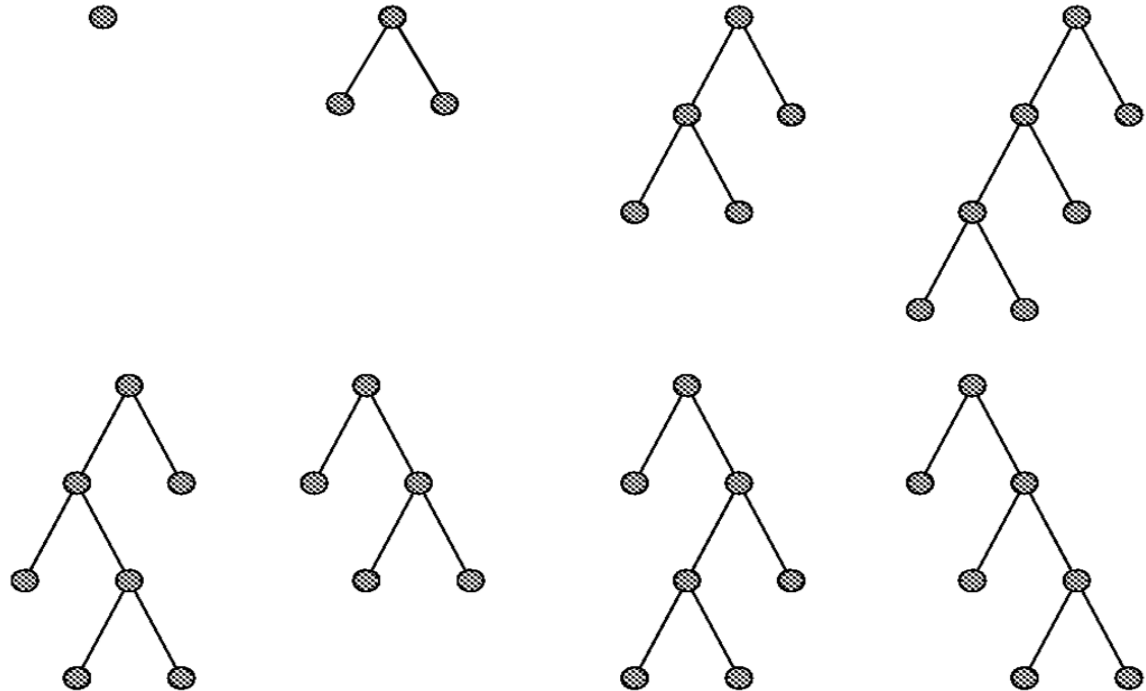
**Exponentieller** Aufwand für Zeit und Platz

*Problemgröße: Tiefe des Suchbaums*

Für CSP in den meisten Fällen nicht relevant

# Uninformierte Suchstrategien für CSP

## Tiefensuche (depth-first-search)



**Exponentieller** Aufwand für Zeit

**Linearer** Aufwand für Platz

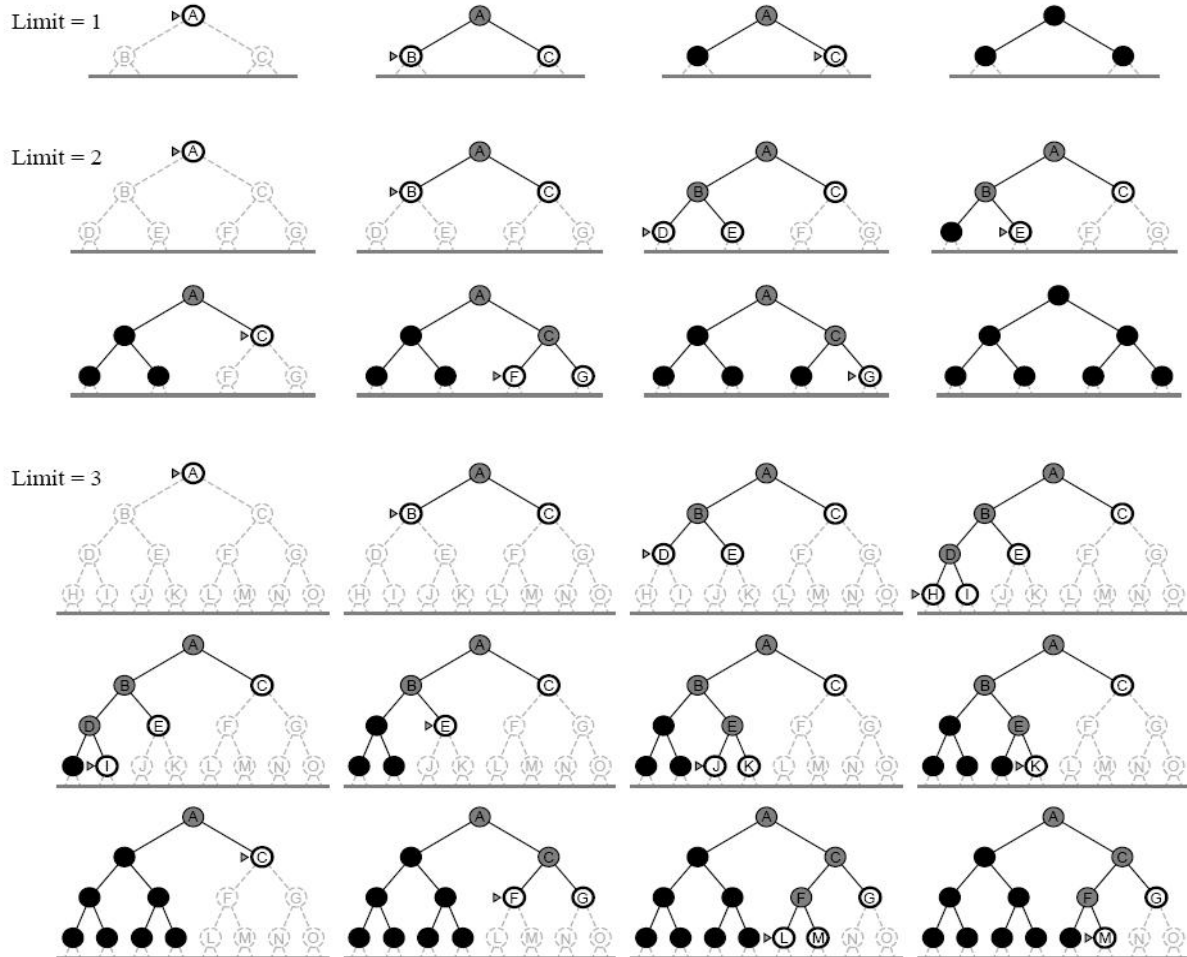
Der „Normalfall“ für allgemeine CSP

*Problemgröße: Tiefe des Suchbaums*

# Uninformierte Suchstrategien für CSP

## Beschränkte Tiefensuche

- Tiefensuche wird nur bis zu vorgegebener Suchtiefe durchgeführt.
- Bei Misserfolg kann die Suchtiefe nachträglich erhöht werden und die Tiefensuche neu starten.



# Uninformierte Suchstrategien für CSP

## Bestensuche (best-first-search)

- zusätzlich sei gegeben: Bewertungsfunktion für die Zustände
- Expandiere jeweils den Zustand mit bester Kostenbewertung

→ *Mischung zwischen Tiefen- und Breitensuche*

Im *schlechtesten Fall* ist das nicht besser als Breitensuche:

**Exponentieller** Aufwand für Zeit und Platz

*Problemgröße:  
Tiefe des Suchbaums*

Bei guten Bewertungsfunktionen ist das *Durchschnittsverhalten* viel besser!

Bei speziellen Problemen ist sogar der schlechteste Fall viel besser:

Bsp.: Spezialfall „Kürzeste-Wege-Problem“:

Algorithmus von Dijkstra (**quadratischer** Aufwand für Zeit, **linearer** für Platz)

*Problemgröße: Anzahl der Knoten*

# Uninformierte Suchstrategien für CSP

## Der Algorithmus von Dijkstra auf bewerteten Graphen

(Spezialfall von Best-First-Search)

**Voraussetzung:** Alle Kantenlängen müssen nichtnegativ sein.

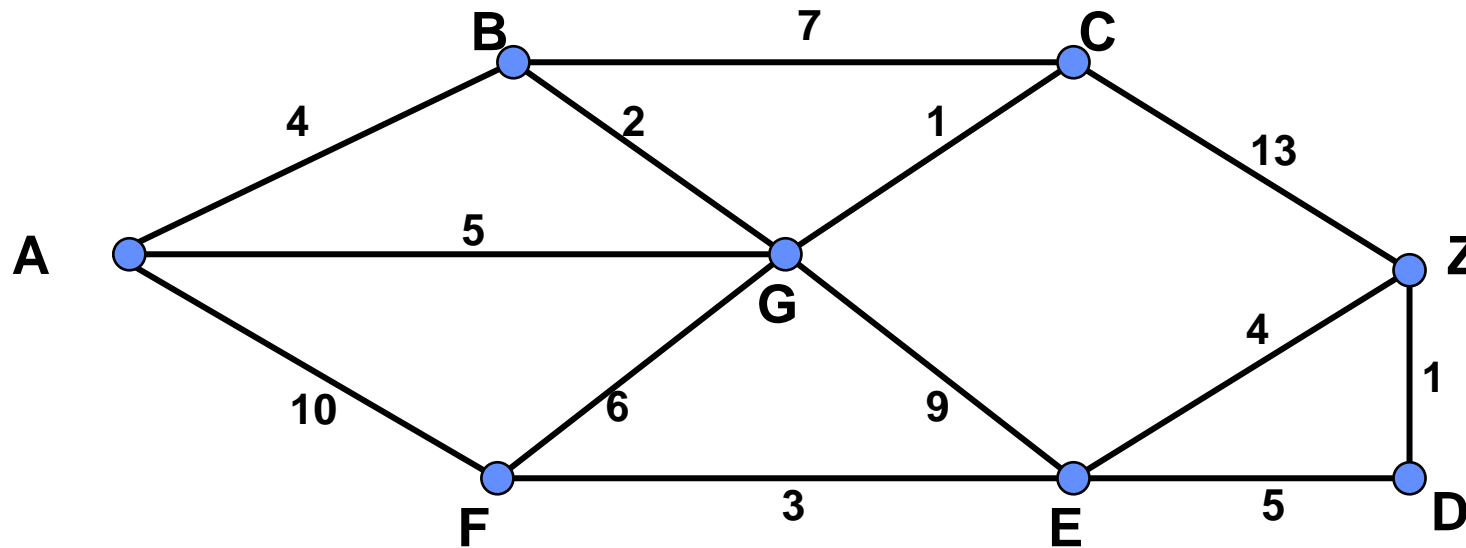
**Ziel:** Es soll der Weg mit der minimalen Kantenlänge von A nach B gefunden werden.

### Algorithmus:

- In der Menge **Berechnet** sei nur die Ecke A. Markiere A mit *Weglänge* (A) = 0. In der Menge **Unberechnet** sind alle anderen Ecken des Graphen. Markiere die Nachbarn N von A mit *Weglänge* (N) := Länge der Kante von A nach N und alle anderen Ecken V mit *Weglänge* (V) =  $\infty$ .
  - Wiederhole:
    - Wähle die Ecke V aus **Unberechnet** mit der kleinsten *Weglänge* (V) und verschiebe sie in die Menge **Berechnet**.
    - Betrachte alle Nachbarn N von V aus **Unberechnet**:
      - Ersetze *Weglänge* (N) durch das Minimum der bisherigen *Weglänge* (N) und (*Weglänge* (V) + (Länge der Kante von V zu N)).
- bis V = B



# Beispiel für Algorithmus von Dijkstra



**Kürzester Weg von A nach Z:  $A \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow Z$  (17 Einheiten)**

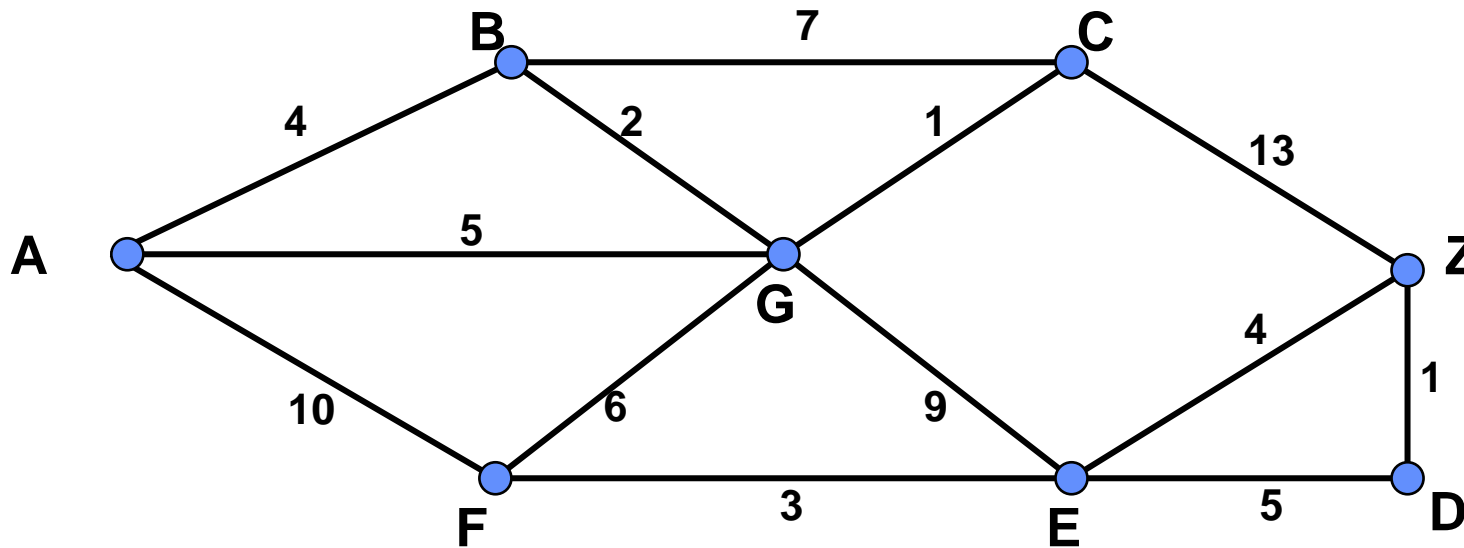
Animation der Funktionsweise: siehe beiliegende ppt-Präsentation

Quelle und weitere Infos zum Algorithmus von Dijkstra:

Seminarvortrag und Ausarbeitung von Alex Prentki, WS 2004, Nr. 14

<http://www.fh-wedel.de/~iw/Lehrveranstaltungen/WS2004/SeminarMC.html>

# Beispiel für Algorithmus von Dijkstra



**Kürzester Weg von G nach Z: G → E → Z (13 Einheiten)**

Knoten (Wegstrecke von G, direkter Vorgänger):

A(5,G)

A(5,G)

A(5,G)

B(2,G)

B(2,G)

C(1,G)

D( $\infty$ )

→

D( $\infty$ )

→

D( $\infty$ )

→

D( $\infty$ )

→

D( $\infty$ )

→

D(14,E)

E(9,G)

E(9,G)

E(9,G)

E(9,G)

E(9,G)

F(6,G)

F(6,G)

F(6,G)

F(6,G)

Z(14,C)

Z( $\infty$ )

Z(14,C)

Z(14,C)

Z(14,C)

Z(14,C)

Z(13,E)

# Informierte (Heuristische) Suchstrategien für CSP

## Gegebene Zusatzinformation:

**Schätzfunktion  $h(\text{Zustand})$**  als Maß für die Entfernung zu einem Zielknoten

- nicht zu aufwändig
- aber genau genug, um Suchfunktion nicht in die Irre zu führen

$h()$  liefert einen positiven Wert: Je kleiner der Wert, desto näher der Zielknoten

## **Anwendung: „Bergsteigen“**

- Spezialform der Tiefensuche
- Es wird genau der Knoten expandiert, der den besten Schätzfunktionswert aufweist
- Beim Aufsteigen im Suchbaum wird der jeweils nächstbeste Knoten expandiert.

# Informierte (Heuristische) Suchstrategien für CSP

## Gegebene Zusatzinformation:

**Schätzfunktion  $h(\text{Zustand})$**  als Maß für die Entfernung zu einem Zielknoten

- nicht zu aufwändig
- aber genau genug, um Suchfunktion nicht in die Irre zu führen

$h()$  liefert einen positiven Wert: Je kleiner der Wert, desto näher der Zielknoten

## **Anwendung: Optimistisches Bergsteigen**

- Spezialform der Tiefensuche
- Es wird nur der Knoten berechnet, der den besten Schätzfunktionswert aufweist
- Zurücksetzen ist nicht möglich: Wenn Schätzfunktion Fehler macht, wird kein Ergebnis gefunden.

# Informierte (Heuristische) Suchstrategien für CSP

## Gegebene Zusatzinformation:

**Schätzfunktion  $h(\text{Zustand})$**  als Maß für die Entfernung zu einem Zielknoten

- nicht zu aufwändig
- aber genau genug, um Suchfunktion nicht in die Irre zu führen

$h()$  liefert einen positiven Wert: Je kleiner der Wert, desto näher der Zielknoten

## **Anwendung: A\*-Verfahren**

- Spezialform der Bestensuche
- Es wird genau der Knoten expandiert, bei dem die Summe von Kostenbewertung und Schätzfunktionswert optimal ist.

Weitere Infos für die Anwendung von A\* in öffentlichen Verkehrsnetzen:

Seminarvortrag und Ausarbeitung von Stefan Görlich, SS 2005, Nr. 5

<http://www.fh-wedel.de/~iw/Lehrveranstaltungen/SS2005/SeminarKI.html>

# Informierte (Heuristische) Suchstrategien für CSP

## Der A\*-Algorithmus auf bewerteten Graphen

(Verallgemeinerung des Algorithmus von Dijkstra)

**Voraussetzung:** Alle Kantenlängen müssen nichtnegativ sein.  
Schätzfunktion  $h_z(x)$  für Weg  $w_z(x)$  von  $x$  zum Ziel  $z$  mit  $h_z(x) \leq w_z(x)$

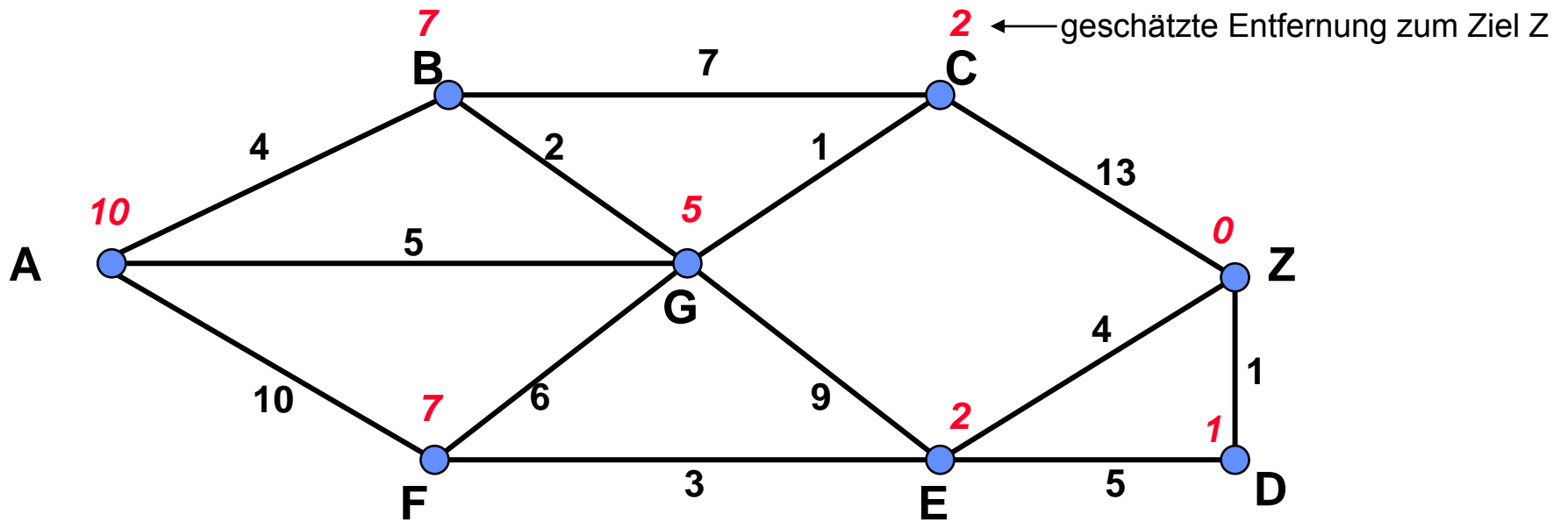
**Ziel:** Es soll der Weg mit der minimalen Kantenlänge von A nach B gefunden werden.

### Algorithmus:

- In der Menge **Berechnet** sei nur die Ecke A. Markiere A mit Weglänge  $(A) = 0$ .  
In der Menge **Unberechnet** sind alle anderen Ecken des Graphen.  
Markiere die Nachbarn N von A mit *Weglänge*  $(N) :=$  Länge der Kante von A nach N  
 $Schätzung(N) := Weglänge(N) + h_B(N)$   
und alle anderen Ecken V mit *Weglänge*  $(V) = \infty$  und *Schätzung*  $(V) = \infty$ .
- Wiederhole:  
Wähle die Ecke V aus **Unberechnet** mit der kleinsten *Schätzung*  $(V)$   
und verschiebe sie in die Menge **Berechnet**.  
Betrachte alle Nachbarn N von V aus **Unberechnet**:  
Ersetze *Weglänge*  $(N)$  durch das Minimum der bisherigen *Weglänge*  $(N)$  und  
 $(Weglänge(V) + (Länge der Kante von V zu N))$ .  
Aktualisiere  $Schätzung(N) := Weglänge(N) + h_B(N)$  (falls notwendig).

bis  $V = B$

# Beispiel für A\*-Algorithmus



**Kürzester Weg von G nach Z: G → E → Z (13 Einheiten)**

Knoten (Wegstrecke von G, direkter Vorgänger, Schätzung zum Ziel):

A(5,G,15)		A(5,G,15)		A(5,G,15)		A(5,G,15)
B(2,G,9)		<span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">B(2,G,9)</span>				
<span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">C(1,G,3)</span>						
D( $\infty$ )	→	D( $\infty$ )	→	D( $\infty$ )	→	D(14,E,15)
E(9,G,11)		E(9,G,11)		<span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">E(9,G,11)</span>		
F(6,G,13)		F(6,G,13)		F(6,G,13)		F(6,G,14)
Z( $\infty$ )		Z(14,C,14)		Z(14,C,14)		<span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">Z(13,E,13)</span>

# Allgemeine Optimierungsverfahren für CSP

## Zurücksetzen (Backtracking)

- Teste alle Constraints auch bei unvollständigen Variablenbelegungen
- Zustände, die irgendwelche Constraints bereits verletzen, werden nicht weiter expandiert

## Vorwärtstest (Forward Checking)

- Reduziere alle Domains für alle noch nicht belegten Variablen, sodass keine Konflikte zwischen Constraints mehr entstehen.
- Setze zurück, wenn die Domains dadurch leer werden.



# Allgemeine Optimierungsverfahren für CSP

## Verfahren der minimalen Konflikte (Min-Conflicts)

Idee:

- Start mit einer beliebigen Wertebelegung
- Auswählen von Variablen und Zuweisung neuer Werte, die weniger Konflikte verursachen solange, bis System gelöst

Vorteile:

- bei vielen Praxis-Problemen gutes Laufzeitverhalten
- „Reparieren“ bei kleinen Veränderungen des Systems

Nachteile:

- „Hängen bleiben“ in lokalen Minima
  - Gegenmaßnahmen: Random-Walk, Tabu-Liste, ...

Quelle und weitere Details zum Thema Constraintsysteme:

Seminarvortrag und Ausarbeitung von Stefan Schmidt, SS 2005, Nr. 6,

<http://www.fh-wedel.de/~iw/Lehrveranstaltungen/SS2005/SeminarKI.html>