

# ***Grundlagen der Programmierung***

Vorlesung 10 vom 06.01.2005  
Sebastian Iwanowski  
FH Wedel

# Grundlagen der Programmierung

## 1. Einführung

Grundlegende Eigenschaften von Algorithmen und Programmen

## 2. Logik

Aussagenlogik

Prädikatenlogik

## 3. Programmentwicklung und –verifikation

Grundlagen der Programmverifikation

Zuweisungen und Verbundanweisungen

Verzweigungen

Schleifen

Modularisierung

 Rekursion

## 4. Entwurf und Analyse von Algorithmen

Klassifikation von Algorithmen

Programmierung von Algorithmen

Bewertung von Algorithmen

# Primitiv rekursive Funktionen

$$\mathbf{f}(n) = \begin{cases} c & \text{für } n = 0 \\ h(n, \mathbf{f}(\text{pred}(n))) & \text{sonst} \end{cases}$$

$n \in \mathbb{N}$

$(c \text{ sei eine beliebige Konstante})$

$(h(n, x) \text{ sei eine beliebige Funktion})$

$\text{pred}(n) \text{ sei eine natürliche Zahl } < n$

```
procedure f(n: Integer): Integer
if (n=0)
  then
    return c
  else
    return h(n, f((pred(n))))
end {f}
```

**Vorteil:** Terminierung ist immer gewährleistet

# Endrekursive Funktionen

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \mathbf{g}(\mathbf{x}) & \text{für ein logisches Prädikat } P(\mathbf{x}) \\ \mathbf{f}(\mathbf{r}(\mathbf{x})) & \text{sonst} \end{cases}$$

( $\mathbf{g}(\mathbf{x})$  sei eine beliebige Funktion)

$\mathbf{x}$  beliebig

$\mathbf{r}(\mathbf{x})$  sei eine beliebige Funktion, solange der Wertebereich im Definitionsbereich für  $\mathbf{f}$  ist

( $\mathbf{x}$  kann auch ein mehrdimensionaler Vektor sein !)

```
procedure f(x): ResultType
  if P(x)
    then
      return g(x)
    else
      return f(r(x))
end {f}
```

**Vorteil:** Es gibt Algorithmus zur automatischen Implementierung auf dem Computer

# Linear rekursive Funktionen

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & \text{für ein logisches Prädikat } P(x) \\ h(x, f(r(x))) & \text{sonst} \end{cases}$$

```
procedure f(x): ResultType
  if P(x)
    then
      return g(x)
    else
      return h(x, f(r(x)))
end {f}
```

**Primitiv rekursive Funktionen**



**Linear rekursive Funktionen**

**Endrekursive Funktionen**



# Transformationen



**Linear rekursive Funktion**

**Endrekursive Funktion**

geht nur unter den Voraussetzungen:

i)  $\forall x, y, z: h(x, h(y, z)) = h(h(x, y), z)$

ii)  $\exists e: \forall x: h(e, x) = x$

```
procedure f(x): ResultType
if P(x)
then
return g(x)
else
return h(x, f(r(x)))
end {f}
```

zweidimensionaler Vektor (x,a)  
└──────────┘

```
procedure fAux(x,a): ResultType
if P(x)
then
return h(a, g(x))
else
return fAux(r(x), h(a, x))
end {fAux}
```

└──────────────────────────┘  
„rAux“: Funktion von (x,a)

```
procedure f(x): ResultType
return fAux(x,e)
end {f}
```

# Transformationen



Endrekursive Funktion

Schleife

*geht immer !*

```
procedure f(x): ResultType
if P(x)
  then
    return g(x)
  else
    return f(r(x))
end {f}
```

```
procedure f(x): ResultType
while ¬P(x)do
  x := r(x);
return g(x)
end {f}
```

# Allgemeine rekursive Funktionen

## Fibonacci-Funktion:

$$f(n) = \begin{cases} 1 & \text{für } n \leq 1 \\ f(n-2) + f(n-1) & \text{sonst} \end{cases}$$

## McCarthy-Funktion:

$$f(n) = \begin{cases} n-10 & \text{für } n > 100 \\ f(f(n+11)) & \text{sonst} \end{cases}$$

## Ulam-Collatz-Funktion:

$$f(n) = \begin{cases} 1 & \text{für } n = 1 \\ f(n)/2 & \text{für gerade } n \\ f(3n+1) & \text{für ungerade } n \end{cases}$$



# Allgemeine rekursive Funktionen

- **Nicht jede rekursive Funktion ist linear rekursiv oder endrekursiv**
- **Alle rekursiven Funktionen können auch nichtrekursiv formuliert werden.**

**Was ist besser: Rekursive oder iterative Formulierung ?**

# Was ist für die Klausur relevant ?

## **Vorlesung 1-2: Überblick / Grundlegende Eigenschaften**

Grundlegende Begriffe und Konzepte: Funktion, Spezifikation, Algorithmus, Programm, Verifikation, Konstruktion und alles, was damit zusammenhängt. Fähigkeit, die Konzepte an Minibeispielen anzuwenden.

## **Vorlesung 2-4: Aussagenlogik**

Grundlegende Begriffe wie Aussage, Wahrheitswert, Äquivalenzregel, Schlussregel, Formel, Belegung, Erfüllbarkeit. Sicherer Umgang mit aussagenlogischen Umformungen, eindeutige und exakte Notation. Boolesche Algebren: Zusammenhang zwischen Aussagenlogik und Mengenlehre. Konjunktive Normalform: Begriffe und Fähigkeit der Umformung in eine solche.

## **Vorlesung 4-5: Prädikatenlogik**

Unterschied zur Aussagenlogik: Variable, Prädikate, Funktionen, Quantoren. Erklären dieser Begriffe an Beispielen, aktive und passive Beherrschung der Notation. Rechenregeln für Quantoren, Anwendung der Prädikatenlogik auf Minibeispiele aus dem täglichen Leben und der Arithmetik.

# Was ist für die Klausur relevant ?

## **Vorlesung 6-7: Grundlagen der Programmverifikation**

Hoare-Tripel: Aktive und passive Beherrschung der Notation.  
Zusammenhang zwischen unterschiedlichen Stärken von Vorbedingungen und Nachbedingungen, Exakte Verifikation kleinster Programmteile: Finden von stärksten Nachbedingungen und schwächsten Vorbedingungen.

## **Vorlesung 7: Verzweigungen**

Finden von stärksten Nachbedingungen und schwächsten Vorbedingungen in Anwendungsbeispielen.

## **Vorlesung 8-9: Schleifen**

Bestimmung und Verifikation von Invarianten sowie von Varianten für die Terminierung, Verifikation von kleinen Schleifen entweder mit vollständiger Induktion oder mit dem Lösungsverfahren 1) bis 3) zur Konstruktion.

# Was ist für die Klausur relevant ?

## **Vorlesung 9: Modularisierung**

Parameter, Rückgabewerte: Erklärung der Bedeutung und Verwendung, Anwendung in Minibeispielen. Call-by-reference und call-by-value: Erklärung der Unterschiede, Vorteile und Nachteile der beiden Parameterübergabetechniken.

## **Vorlesung 9: Rekursion**

Nachvollziehen des Programmablaufs vorgegebener rekursiver Programme, Bestimmen von notwendigen Vorbedingungen.

**Nur für die „normale“ Klausur in den Studiengängen MInf und WInf:**

## **Vorlesung 10: Rekursion**

Erklärung der Konzepte primitiv rekursiv, endrekursiv und linear rekursiv. Erkennen dieser Konzepte an Beispielen. Umformung von endrekursiven Programmen in Schleifen. Vor- und Nachteile der rekursiven Formulierung gegenüber der iterativen.

## **Vorlesung 11-12: Entwurf und Analyse von Algorithmen**

wird am Ende von Vorlesung 12 bekannt gegeben

***Beim nächsten Mal:***

**12.01.:**      ***Übergangsklausur für Inf und TInf***

***Viel Erfolg !***

**13.01.:**      ***Entwurf und Analyse von Algorithmen***