

---

**Aufgaben zur Übergangsprüfung in  
Diskrete Mathematik (SS 2005)**

Zeit: 90 Minuten,  
erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner

Bitte tragen Sie Ihre Antworten und fertigen Lösungen auf gesonderten karierten Blättern ein.

Vergessen Sie nicht, das Deckblatt auszufüllen und zu unterschreiben.

Für die Prüfung werden insgesamt **35** Bewertungseinheiten (BE) für 9 Aufgaben vergeben. Zum Bestehen benötigen Sie mindestens **17,5** BE.

Viel Erfolg !

**1. Aufgabe (4 BE):**

a) Zeichnen Sie Venn-Diagramme für die Mengen A, B und C und schraffieren Sie die Lösungsmenge des folgenden Ausdrucks:

$$(A \cup C) \setminus (B \cap C)$$

b) Beschreiben Sie ausschließlich mit Hilfe des Operators  $\in$  und logischer Operatoren die Bedingung, die ein Element x aus der Lösungsmenge erfüllen muss.

Anmerkung: Operatoren zwischen Mengen dürfen Sie nicht benutzen.

**2. Aufgabe (2 BE):**

Definiert der Operator  $\leq$  eine Äquivalenzrelation auf der Menge der ganzen Zahlen? Begründen Sie Ihre Antwort!

**3. Aufgabe (3 BE):**

Zeichnen Sie ein vollständiges Hasse-Diagramm für folgende Relation auf der Potenzmenge von  $\{1,2\}$ :

$$X \sim Y \Leftrightarrow X \text{ ist Teilmenge von } Y$$

Handelt es sich hier um eine Halbordnung oder um eine totale Ordnung? Begründen Sie Ihre Antwort!

**BITTE WENDEN  $\Rightarrow$**

#### 4. Aufgabe (6 BE):

Beweisen Sie folgenden Sachverhalt mit vollständiger Induktion:

Drei aufeinanderfolgende Zahlen enthalten immer eine Zahl, die durch 3 teilbar ist.

#### 5. Aufgabe (2 BE):

Bestimmen Sie den größten gemeinsamen Teiler von 84 und 147 mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus. Geben Sie die Zwischenschritte an!

#### 6. Aufgabe (5 BE):

Geben Sie die Elemente von  $\mathbf{Z}_9$  und  $\mathbf{Z}_9^*$  an.

Bestimmen Sie das multiplikative Inverse von 4 in  $\mathbf{Z}_9$  und  $\mathbf{Z}_9^*$ .

Demonstrieren Sie an einem Beispiel, dass eine der beiden Mengen mit der Multiplikation keine Gruppe bildet.

#### 7. Aufgabe (6 BE):

a) Identifizieren Sie alle Elemente von  $\text{GF}(8)$  mit Polynomen (geben Sie jedem Polynom eine Nummer).

b) Berechnen Sie den Ausdruck  $(x^2 + 1) \cdot (x+1)$  in  $\text{GF}(8)$ .

#### 8. Aufgabe (4 BE):

Berechnen Sie die Komposition der Permutationen in Zykelschreibweise:

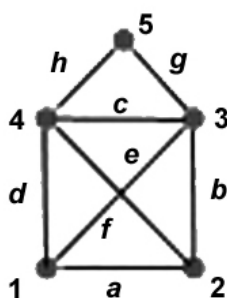
a)  $(2\ 4)(3\ 4\ 5)$

b) Zeigen Sie an diesem Beispiel, dass die Komposition nicht kommutativ ist.

c) Stellen Sie das Ergebnis von a) als Komposition von Transpositionen dar. Handelt es sich um eine gerade oder ungerade Permutation?

#### 9. Aufgabe (3 BE):

a) Geben Sie die Adjanzenzmatrix des folgenden Graphen an:



b) Zeichnen Sie den Graphen so, dass sich keine 2 Kanten überkreuzen.