

Aufgaben zur Klausur in
Grundlagen der Theoretischen Informatik (WS 2006 / 2007)
Studiengänge B_Inf, B_TInf, B_MInf, B_WInf

Zeit: 90 Minuten,
erlaubte Hilfsmittel: keine

Bitte tragen Sie Ihre Antworten und fertigen Lösungen ausschließlich an den freien Stellen nach den jeweiligen Aufgaben ein (ggf. auf der jeweiligen Rückseite weiterschreiben).

Diese Klausur besteht einschließlich dieses Deckblatts aus 7 Seiten.

Für die Klausur werden insgesamt 50 Bewertungseinheiten (BE) vergeben. Zum Bestehen benötigen Sie mindestens 25 BE.

Viel Erfolg !

1. Aufgabe (7 BE)

Bringen Sie die folgenden Formeln in konjunktive Normalform!

Vereinfachen Sie die Formeln so weit wie möglich!

Geben Sie jeweils an, aus wie vielen Klauseln Ihr Ergebnis besteht!

a) $(p \vee q) \rightarrow r$ (2 BE)

b) $(p \vee q) \rightarrow (r \vee p)$ (2,5 BE)

c) $(p \vee q) \rightarrow (r \wedge \neg r)$ (2,5 BE)

2. Aufgabe (11 BE)

Daten sei die Menge aller gültigen Tagesdaten. (Bsp.: 08.02.2007 \in *Daten*)

Gegeben seien die folgenden Funktionen mit den zugehörigen Bedeutungen:

- S (x): $\mathbb{N} \rightarrow \{0,1\}$ ergibt 1, wenn x ein Schaltjahr ist, sonst 0
- J (x): $Daten \rightarrow \mathbb{N}$ ergibt die Jahreszahl von x (Bsp.: J (08.02.2007) = 2007)
- M (x): $Daten \rightarrow \mathbb{N}$ ergibt die Monatszahl von x (Bsp.: M (08.02.2007) = 2)
- T (x): $Daten \rightarrow \mathbb{N}$ ergibt die Tagesdatumszahl von x (Bsp.: T (08.02.2007) = 8)
- Tb (x,y): $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \{0,1\}$ ergibt 1, wenn x durch y teilbar ist, sonst 0

- a) Welche der oben genannten Funktionen sind Prädikate? Begründen Sie Ihre Antwort! (1 BE)

Beschreiben Sie die folgenden Aussagen mit jeweils einem prädikatenlogischen Ausdruck, d.h. Sie dürfen nur Zeichen benutzen, die in der Prädikatenlogik definiert sind. Außerdem dürfen Sie alle oben definierten Funktionen und Mengen benutzen.

- b) In jedem Jahr gibt es einen 28.02. (4 BE)

Hilfestellung: Formulieren Sie:

Jede natürliche Zahl n ist die Jahreszahl eines Datums d, das gleich dem 28.02. des Jahres n ist.

- c) Nur in Schaltjahren gibt es einen 29.02. (3 BE)

- d) In keinem Jahr gibt es einen 30.02. (3 BE)

3. Aufgabe (3 BE)

Gegeben sei die Formelmenge $\{p, p \rightarrow \neg q, \neg z \rightarrow q\}$

Beweisen Sie mit dem Resolutionsprinzip, dass in dieser Formelmenge auch z gilt!

4. Aufgabe (8 BE)

Finden Sie zum folgenden Programmausschnitt und der gegebenen Nachbedingung die schwächste Vorbedingung! Geben Sie alle Zwischenschritte Ihrer Beweiskette an!

```
if (x = 0) V (x ≠ y)
```

```
  then
```

```
    y := x · y
```

```
  else
```

```
    y := x / y;
```

```
{y = x}
```

5. Aufgabe (12 BE)

Gegeben sei die folgende Funktion:

```
procedure f (n, m: integer): integer
begin
  if (n = m)
    then return n * m
    else return f (n, m - 1)
end {f}
```

- a) Von welchem Typ ist die Rekursion? Geben Sie eine Begründung an! (2 BE)
- b) Nennen Sie eine Vorbedingung, die erfüllt sein muss, damit f überhaupt einen Wert berechnet! Geben Sie an, wie sich die Implementierung verhält, wenn diese Vorbedingung nicht erfüllt ist! (2 BE)
- c) Was berechnet diese Funktion, wenn die Vorbedingung erfüllt ist, in Abhängigkeit von n und m? Beweisen Sie Ihre Behauptung durch vollständige Induktion! Hinweis: Geben Sie die Größe an (es ist nur eine!), nach der Sie die Induktion führen! (5 BE)
- d) Wandeln Sie die Implementierung in eine äquivalente nichtrekursive um!
Anmerkung: Hier ist nicht nur nach einer Implementierung gefragt, die dasselbe ausgibt, sondern die denselben Algorithmus realisiert. (3 BE)

